

Logarithms: Expand, Condense, Properties, Equations

Expand each logarithm.

1) $\ln(x^6 y^3)$

2) $\log_8(x \cdot y \cdot z^3)$

3) $\log_9\left(\frac{3^3}{7}\right)^4$

4) $\log_7\left(\frac{x^3}{y}\right)^3$

5) $\log_8(a^6 b^5)$

6) $\log_4(6^3 \cdot 11^3)$

7) $\log_3\left(\frac{u^3}{v}\right)^2$

8) $\ln\sqrt[3]{u \cdot v \cdot w}$

9) $\log_6(3 \cdot 2 \cdot 5^6)$

10) $\log_4(2 \cdot 11 \cdot 7^4)$

11) $\log_6(c^5 \sqrt[3]{a})$

12) $\ln\left(\frac{5^2}{2}\right)^5$

13) $\log_5\left(\frac{x^3}{y}\right)^6$

14) $\log_4(7^3 \sqrt[3]{2})$

15) $\log_2(u \cdot v \cdot w^2)$

16) $\log_9(12^3 \cdot 7)^6$

17) $\log_9(c^5 \sqrt[3]{a})$

18) $\log_7 (x^5 \cdot y)^4$

19) $\log_7 (z^2 \sqrt{x})$

20) $\log_8 (u \cdot v \cdot w^5)$

Condense each expression to a single logarithm.

21) $2 \log_6 u - 8 \log_6 v$

22) $8 \log_5 a + 2 \log_5 b$

23) $8 \log_3 12 + 2 \log_3 5$

24) $3 \log_4 u - 18 \log_4 v$

25) $2 \log_5 z + \frac{\log_5 x}{2}$

26) $6 \log_2 u - 24 \log_2 v$

27) $6 \log 8 - 30 \log 11$

28) $4 \log_9 11 - 4 \log_9 7$

29) $3 \log x - 5 \log y$

30) $6 \log_6 10 - 24 \log_6 3$

31) $\ln z + \frac{\ln x}{3} + \frac{\ln y}{3}$

32) $3 \log_4 x + 9 \log_4 y$

33) $5 \log_4 a - 6 \log_4 b$

34) $\log_9 z + \frac{\log_9 x}{2} + \frac{\log_9 y}{2}$

35) $4 \log_2 11 - 6 \log_2 6$

36) $\log_7 z + \frac{\log_7 x}{3} + \frac{\log_7 y}{3}$

37) $2\log_2 x + 10\log_2 y$

38) $\log_5 w + \frac{\log_5 u}{3} + \frac{\log_5 v}{3}$

39) $\log_3 7 + \frac{\log_3 10}{3} + \frac{\log_3 11}{3}$

40) $\frac{\log_9 u}{2} + \frac{\log_9 v}{2} + \frac{\log_9 w}{2}$

Rewrite each equation in exponential form.

41) $\log_{17} 289 = 2$

42) $\log_9 81 = 2$

43) $\log_{14} 196 = 2$

44) $\log_6 1 = 0$

45) $\log 100 = 2$

46) $\log_{32} \frac{1}{2} = -\frac{1}{5}$

47) $\log_6 \frac{1}{36} = -2$

48) $\log_{18} 324 = 2$

49) $\log_{27} \frac{1}{3} = -\frac{1}{3}$

50) $\log_2 16 = 4$

51) $\log_{64} 16 = \frac{2}{3}$

52) $\log_7 49 = 2$

53) $\log_{18} \frac{1}{324} = -2$

54) $\log_{81} \frac{1}{3} = -\frac{1}{4}$

55) $\log_7 343 = 3$

56) $\log_{225} 15 = \frac{1}{2}$

57) $\log_{11} 121 = 2$

58) $\log_{14} 1 = 0$

59) $\log_3 27 = 3$

60) $\log_{324} 18 = \frac{1}{2}$

Rewrite each equation in logarithmic form.

61) $11^0 = 1$

62) $7^{-2} = \frac{1}{49}$

63) $15^2 = 225$

64) $121^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{11}$

65) $3^4 = 81$

66) $7^2 = 49$

67) $4^3 = 64$

68) $361^{\frac{1}{2}} = 19$

69) $7^3 = 343$

70) $11^{-2} = \frac{1}{121}$

71) $3^3 = 27$

72) $4^{-2} = \frac{1}{16}$

73) $64^{\frac{1}{2}} = 8$

74) $11^2 = 121$

75) $16^2 = 256$

76) $8^2 = 64$

77) $19^2 = 361$

78) $225^{\frac{1}{2}} = 15$

79) $12^{-2} = \frac{1}{144}$

80) $144^{\frac{1}{2}} = 12$

Solve each equation.

81) $\log_5 26 = \log_5 p$

82) $\log_{20} (8 - 2x) = \log_{20} (-3x + 10)$

83) $\log_3 (-4x + 7) = \log_3 2x$

84) $\log_4 (x + 6) = \log_4 (3x - 6)$

85) $\log_4 (-4x + 2) = \log_4 (-5x - 4)$

86) $\log_9 3m = \log_9 (2m + 3)$

87) $\log_{19}(-4n - 2) = \log_{19}(3n + 5)$

88) $\log_{20}(-4n - 5) = \log_{20}(-3n + 10)$

89) $\log(-3b + 9) = \log(-4b - 10)$

90) $\log_6(-5r - 2) = \log_6(r - 4)$

91) $\log_8(4v - 4) = \log_8(3v - 10)$

92) $\ln(-2k - 2) = \ln(-3k - 9)$

93) $\log_2(-4x - 4) = \log_2(x + 6)$

94) $\log_6 3 = \log_6(4p + 3)$

95) $\log_4(-2x - 4) = \log_4(3x + 9)$

96) $\ln(-x + 5) = \ln(7 - 2x)$

97) $\log_{13}(-5n + 10) = \log_{13}(10 - n)$

98) $\log_{12}(10 - 2a) = \log_{12}(2a - 6)$

99) $\ln(3n + 9) = \ln(-5n + 1)$

100) $\log_9(-k + 5) = \log_9(5k - 1)$

101) $\log(5m + 1) = \log(m^2 - 49)$

102) $\log_8(r^2 + 2r) = \log_8(2 + 3r)$

103) $\log_{17}(-11x - 2) = \log_{17}(x^2 + 26)$

104) $\log_{11}(3b + 2) = \log_{11}(b^2 - 8)$

105) $\log_9(v^2 - 87) = \log_9(-v + 3)$

106) $\ln(3n^2 - 5n) = \ln(14 + 2n^2)$

107) $\log_{15}(-9n - 1) = \log_{15}(n^2 + 17)$

108) $\log_{13}(9a + 2) = \log_{13}(a^2 + 16)$

109) $\log_{19}(-12x - 2) = \log_{19}(x^2 + 18)$

110) $\log(k^2 + 77) = \log(-18k - 3)$

111) $\log_{18}(-9x + 2) = \log_{18}(x^2 + 16)$

112) $\log_{17}(-16x + 3) = \log_{17}(x^2 + 63)$

113) $\ln(p^2 - 7) = \ln(4p - 2)$

114) $\log_{11} -8k = \log_{11}(20 - k^2)$

115) $\log_{14}(-24 + 2n^2) = \log_{14}(3n^2 + 11n)$

116) $\log_{18}(11x + 3) = \log_{18}(x^2 + 27)$

117) $\log_6(-m^2 + 5m) = \log_6(24 - 2m^2)$

118) $\log(n^2 + 3) = \log(5n - 1)$

119) $\log_3(-20 + 2r^2) = \log_3(3r^2 + 9r)$

120) $\log_{19}(60 - 2x) = \log_{19}(x^2 - 6x)$

$$121) -9\log_{11} 2v = -18$$

$$122) -5 + \log_7 -x = -3$$

$$123) -9\log_3 (b + 2) = 18$$

$$124) -1 + \log_6 (n + 3) = 0$$

$$125) 8\log_2 (a - 1) = 8$$

$$126) -5\log_5 (x + 3) = -10$$

$$127) \log_6 -3p - 8 = -6$$

$$128) \log (k - 3) - 7 = -9$$

$$129) \log_{11} -5n - 4 = -1$$

$$130) 4\log_4 (x - 4) = -4$$

$$131) \log_8 -6m + 9 = 10$$

$$132) -8\log_2 -8x = -16$$

$$133) -9\log_6 (r - 7) = 18$$

$$134) 5\log_6 (b - 9) = 20$$

$$135) -8 + \log -8n = -8$$

$$136) \log_{11} 10x + 9 = 7$$

$$137) -4\log_4 (v - 10) = 0$$

$$138) 5 + \log_2 7k = 9$$

$$139) -7\log_6 (a + 8) = 7$$

$$140) 9\log_8 (n - 9) = -9$$

$$141) -2\log_7 (5x - 10) - 1 = -1$$

$$142) 2 + 7\log_{11} (3m - 8) = 16$$

$$143) 3\log_4 (4n - 5) + 4 = 7$$

$$144) 4\log_9 (3p + 9) + 8 = 24$$

$$145) 1 - 6\log (6x - 7) = 13$$

$$146) 5 + 8\log_6 (2x - 7) = -11$$

$$147) 2\log_7 (7r + 9) + 7 = 15$$

$$148) -8\log_2 (3n - 1) - 10 = -10$$

$$149) 8 - 4\log_{11} (5m - 2) = 16$$

$$150) -10 + 5\log_4 (-2x + 10) = 10$$

$$151) 10\log_{12} (7 - 3n) - 4 = -14$$

$$152) -6 - 7\log_9 (-4b - 9) = -6$$

$$153) 2\log_2 (5 - 6x) - 3 = 5$$

$$154) -3\log_6 (8 - 5v) - 1 = -7$$

155) $2 - 2\log_{11} (10 - 6x) = 6$

156) $3\log_7 (7a - 2) + 8 = 11$

157) $6 + 7\log_4 (-8k + 4) = 13$

158) $5\log (3p - 9) - 9 = 6$

159) $-7 + 3\log_6 (9n - 8) = -1$

160) $-5\log_9 (-10x + 6) + 9 = -11$

Solve each equation. Round your answers to the nearest ten-thousandth.

161) $\log x - \log 6 = \log 20$

162) $\log 6 + \log x = \log 53$

163) $\log 9 + \log x = 2$

164) $\log x - \log 8 = 1$

165) $\log x - \log 9 = \log 11$

166) $\log x - \log 6 = 1$

167) $\log x + \log 4 = \log 38$

168) $\log x - \log 4 = 1$

169) $\log x + \log 2 = 1$

170) $\log 2 + \log x = \log 38$

171) $\log x - \log 9 = \log 9$

172) $\log x - \log 2 = 2$

173) $\log 8 + \log x = 1$

174) $\log 5 + \log x = 2$

175) $\log 3 + \log x = \log 64$

176) $\log 6 + \log x = \log 7$

177) $\log x + \log 8 = 2$

178) $\log x - \log 2 = \log 4$

179) $\log 8 + \log x = 3$

180) $\log x - \log 4 = \log 3$

Answers to Logarithms: Expand, Condense, Properties, Equations

- 1) $6 \ln x + 3 \ln y$ 2) $\log_8 x + \log_8 y + 3 \log_8 z$ 3) $12 \log_9 3 - 4 \log_9 7$
 4) $9 \log_7 x - 3 \log_7 y$ 5) $6 \log_8 a + 5 \log_8 b$ 6) $3 \log_4 6 + 3 \log_4 11$ 7) $6 \log_3 u - 2 \log_3 v$
 8) $\frac{\ln u}{3} + \frac{\ln v}{3} + \frac{\ln w}{3}$ 9) $\log_6 3 + \log_6 2 + 6 \log_6 5$ 10) $\log_4 2 + \log_4 11 + 4 \log_4 7$
 11) $5 \log_6 c + \frac{\log_6 a}{3}$ 12) $10 \ln 5 - 5 \ln 2$ 13) $18 \log_5 x - 6 \log_5 y$ 14) $3 \log_4 7 + \frac{\log_4 2}{3}$
 15) $\log_2 u + \log_2 v + 2 \log_2 w$ 16) $18 \log_9 12 + 6 \log_9 7$ 17) $5 \log_9 c + \frac{\log_9 a}{3}$
 18) $20 \log_7 x + 4 \log_7 y$ 19) $2 \log_7 z + \frac{\log_7 x}{2}$ 20) $\log_8 u + \log_8 v + 5 \log_8 w$
 21) $\log_6 \frac{u^2}{v^8}$ 22) $\log_5 (b^2 a^8)$ 23) $\log_3 (5^2 \cdot 12^8)$ 24) $\log_4 \frac{u^3}{v^{18}}$
 25) $\log_5 (z^2 \sqrt{x})$ 26) $\log_2 \frac{u^6}{v^{24}}$ 27) $\log \frac{8^6}{11^{30}}$ 28) $\log_9 \frac{11^4}{7^4}$
 29) $\log \frac{x^3}{y^5}$ 30) $\log_6 \frac{10^6}{3^{24}}$ 31) $\ln (z^3 \sqrt{yx})$ 32) $\log_4 (y^9 x^3)$
 33) $\log_4 \frac{a^5}{b^6}$ 34) $\log_9 (z \sqrt{yx})$ 35) $\log_2 \frac{11^4}{6^6}$ 36) $\log_7 (z^3 \sqrt{yx})$
 37) $\log_2 (y^{10} x^2)$ 38) $\log_5 (w^3 \sqrt{vu})$ 39) $\log_3 (7^3 \sqrt{110})$ 40) $\log_9 \sqrt{wvu}$
 41) $17^2 = 289$ 42) $9^2 = 81$ 43) $14^2 = 196$ 44) $6^0 = 1$
 45) $10^2 = 100$ 46) $32^{-\frac{1}{5}} = \frac{1}{2}$ 47) $6^{-2} = \frac{1}{36}$ 48) $18^2 = 324$
 49) $27^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$ 50) $2^4 = 16$ 51) $64^{\frac{2}{3}} = 16$ 52) $7^2 = 49$
 53) $18^{-2} = \frac{1}{324}$ 54) $81^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{3}$ 55) $7^3 = 343$ 56) $225^{\frac{1}{2}} = 15$
 57) $11^2 = 121$ 58) $14^0 = 1$ 59) $3^3 = 27$ 60) $324^{\frac{1}{2}} = 18$
 61) $\log_{11} 1 = 0$ 62) $\log_7 \frac{1}{49} = -2$ 63) $\log_{15} 225 = 2$ 64) $\log_{121} \frac{1}{11} = -\frac{1}{2}$
 65) $\log_3 81 = 4$ 66) $\log_7 49 = 2$ 67) $\log_4 64 = 3$ 68) $\log_{361} 19 = \frac{1}{2}$
 69) $\log_7 343 = 3$ 70) $\log_{11} \frac{1}{121} = -2$ 71) $\log_3 27 = 3$ 72) $\log_4 \frac{1}{16} = -2$
 73) $\log_{64} 8 = \frac{1}{2}$ 74) $\log_{11} 121 = 2$ 75) $\log_{16} 256 = 2$ 76) $\log_8 64 = 2$
 77) $\log_{19} 361 = 2$ 78) $\log_{225} 15 = \frac{1}{2}$ 79) $\log_{12} \frac{1}{144} = -2$ 80) $\log_{144} 12 = \frac{1}{2}$
 81) $\{26\}$ 82) $\{2\}$ 83) $\left\{\frac{7}{6}\right\}$ 84) $\{6\}$

- 85) $\{-6\}$
89) $\{-19\}$
93) $\{-2\}$
97) $\{0\}$
101) $\{10\}$
105) $\{-10\}$
109) $\{-10, -2\}$
113) $\{5\}$
117) $\{3\}$
121) $\left\{\frac{121}{2}\right\}$
125) $\{3\}$
129) $\left\{-\frac{1331}{5}\right\}$
133) $\left\{\frac{253}{36}\right\}$
137) $\{11\}$
141) $\left\{\frac{11}{5}\right\}$
145) $\left\{\frac{701}{600}\right\}$
149) $\left\{\frac{243}{605}\right\}$
153) $\left\{-\frac{11}{6}\right\}$
157) $\{0\}$
161) $\{120\}$
165) $\{99\}$
169) $\{5\}$
173) $\{1.25\}$
177) $\{12.5\}$
- 86) $\{3\}$
90) No solution.
94) $\{0\}$
98) $\{4\}$
102) $\{2\}$
106) $\{7, -2\}$
110) $\{-8, -10\}$
114) $\{-2\}$
118) $\{4, 1\}$
122) $\{-49\}$
126) $\{22\}$
130) $\left\{\frac{17}{4}\right\}$
134) $\{1305\}$
138) $\left\{\frac{16}{7}\right\}$
142) $\{43\}$
146) $\left\{\frac{253}{72}\right\}$
150) $\{-123\}$
154) $\left\{-\frac{28}{5}\right\}$
158) $\left\{\frac{1009}{3}\right\}$
162) $\{8.8333\}$
166) $\{60\}$
170) $\{19\}$
174) $\{20\}$
178) $\{8\}$
- 87) $\{-1\}$
91) No solution.
95) $\left\{-\frac{13}{5}\right\}$
99) $\{-1\}$
103) $\{-4, -7\}$
107) $\{-3, -6\}$
111) $\{-2, -7\}$
115) $\{-8\}$
119) $\{-4, -5\}$
123) $\left\{-\frac{17}{9}\right\}$
127) $\{-12\}$
131) $\left\{-\frac{4}{3}\right\}$
135) $\left\{-\frac{1}{8}\right\}$
139) $\left\{-\frac{47}{6}\right\}$
143) $\left\{\frac{9}{4}\right\}$
147) $\left\{\frac{2392}{7}\right\}$
151) $\left\{\frac{83}{36}\right\}$
155) $\left\{\frac{403}{242}\right\}$
159) $\left\{\frac{44}{9}\right\}$
163) $\{11.1111\}$
167) $\{9.5\}$
171) $\{81\}$
175) $\{21.3333\}$
179) $\{125\}$
- 88) $\{-15\}$
92) $\{-7\}$
96) $\{2\}$
100) $\{1\}$
104) $\{5\}$
108) $\{2, 7\}$
112) $\{-6, -10\}$
116) $\{8, 3\}$
120) $\{-6, 10\}$
124) $\{3\}$
128) $\left\{\frac{301}{100}\right\}$
132) $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$
136) $\left\{\frac{1}{1210}\right\}$
140) $\left\{\frac{73}{8}\right\}$
144) $\{2184\}$
148) $\left\{\frac{2}{3}\right\}$
152) $\left\{-\frac{5}{2}\right\}$
156) $\left\{\frac{9}{7}\right\}$
160) $\left\{-\frac{1311}{2}\right\}$
164) $\{80\}$
168) $\{40\}$
172) $\{200\}$
176) $\{1.1667\}$
180) $\{12\}$